



MÉTHODES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Numéro du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--

Lundi 5 mai 2003 (après-midi)

1 heure

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de candidat dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé.
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, les réponses numériques devront être exactes ou à trois chiffres significatifs près.
- Veuillez indiquer la marque et le modèle de votre calculatrice dans les cases appropriées sur la page de couverture (par exemple, Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Le maximum des points sera attribué aux réponses correctes. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Si cela est nécessaire, les calculs peuvent être poursuivis en dessous de la case réservée à la réponse. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphes dans votre réponse.

1. Gwendolyn a fait la somme des multiples de 3, de 3 à 3750 et a trouvé que

$$3 + 6 + 9 + \dots + 3750 = s.$$

Calculez s .

Résolution :

Réponse :

2. Déterminez le terme contenant x^{10} dans le développement de $(5 + 2x^2)^7$.

Résolution :

Réponse :

3. Les nombres d'heures de sommeil de 21 étudiants sont présentés dans le tableau d'effectifs ci-dessous.

Heures de sommeil	Nombre d'étudiants
4	2
5	5
6	4
7	3
8	4
10	2
12	1

Trouvez

- (a) la médiane ;
- (b) le quartile inférieur;
- (c) la distance interquartile.

Résolution :

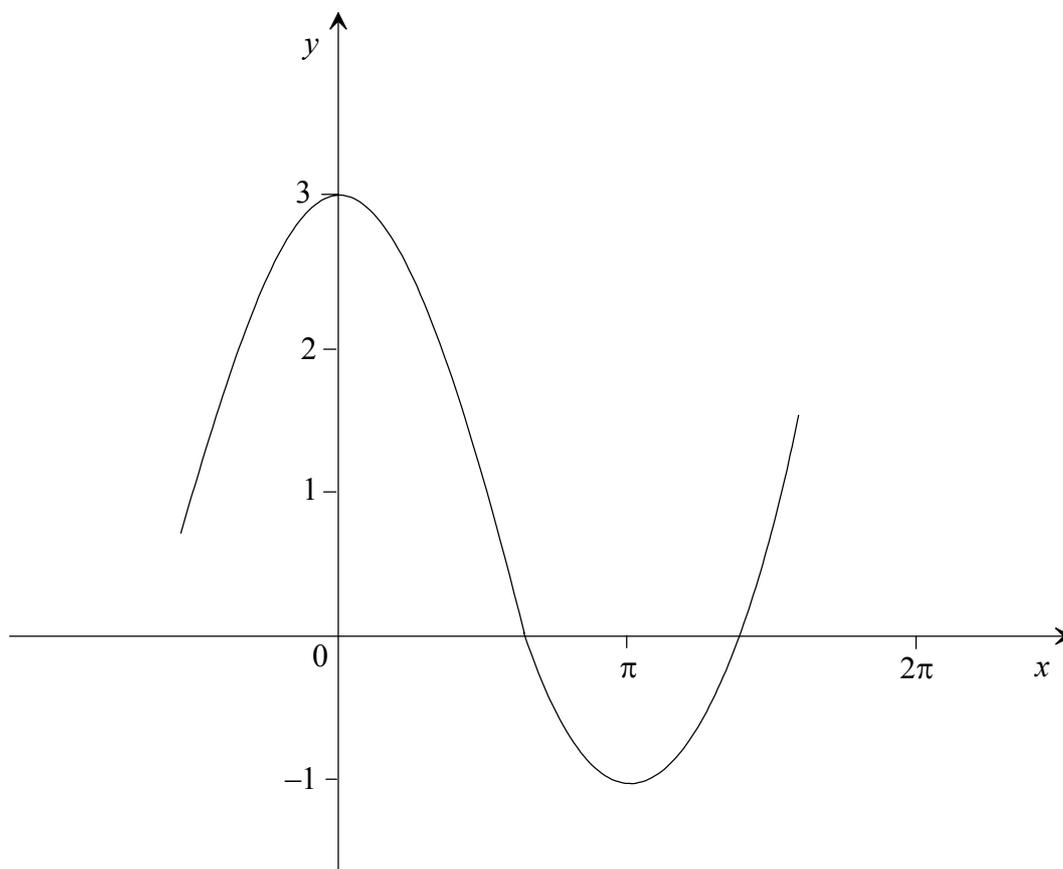
Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) _____

4. Une partie de la courbe $y = p + q \cos x$ est représentée ci-dessous. La courbe passe par les points $(0; 3)$ et $(\pi; -1)$.



Trouvez les valeurs de

(a) p ;

(b) q .

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

5. Soit $f(x) = e^{\frac{x}{3}} + 5 \cos^2 x$. Calculez $f'(x)$.

Résolution :

Réponse :

6. Trouvez toutes les solutions de l'équation $\cos 3x = \cos(0,5x)$, où $0 \leq x \leq \pi$.

Résolution :

Réponse :

7. Les équations vectorielles de deux droites sont données ci-dessous.

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Les droites se coupent au point P. Trouvez le vecteur position de P.

Résolution :

Réponse :

8. Considérez des événements A , B tels que $P(A) \neq 0$, $P(A) \neq 1$, $P(B) \neq 0$, et $P(B) \neq 1$.

Dans chacune des situations (a), (b), (c) ci-dessous, dites si A et B sont

mutuellement exclusifs (M) ;
indépendants (I) ;
ni l'un ni l'autre (N).

(a) $P(A|B) = P(A)$

(b) $P(A \cap B) = 0$

(c) $P(A \cap B) = P(A)$

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) _____

9. Étant donné que $\int_1^3 g(x)dx = 10$, déduisez-en la valeur de

(a) $\int_1^3 \frac{1}{2}g(x)dx$;

(b) $\int_1^3 (g(x)+4)dx$.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

10. Sachant que $\log_5 x = y$, exprimez en fonction de y chacune des expressions suivantes.

(a) $\log_5 x^2$

(b) $\log_5 \left(\frac{1}{x} \right)$

(c) $\log_{25} x$

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

(c) _____

11. Soit $f(x) = e^{-x}$, et $g(x) = \frac{x}{1+x}$, $x \neq -1$. Trouvez

- (a) $f^{-1}(x)$;
- (b) $(g \circ f)(x)$.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____

12. Considérez les vecteurs $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ et $\mathbf{d} = 5\mathbf{i} - 12\mathbf{j}$.

- (a) Calculez le produit scalaire $\mathbf{c} \cdot \mathbf{d}$.
- (b) Calculez la projection scalaire du vecteur \mathbf{c} dans la direction du vecteur \mathbf{d} .

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____

13. Une famille de fonctions est donnée par

$$f(x) = x^2 + 3x + k, \text{ avec } k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

L'une de ces fonctions est choisie au hasard. Calculez la probabilité que la courbe de cette fonction coupe l'axe des abscisses Ox .

Résolution :

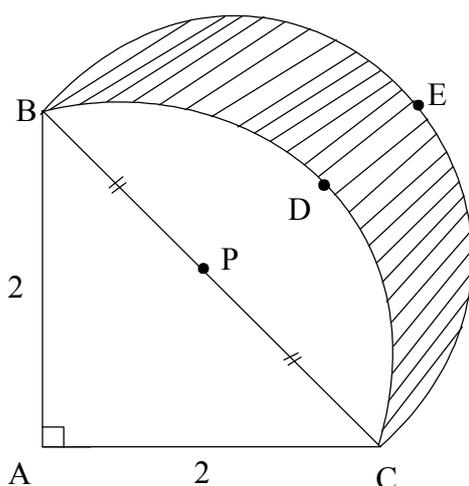
Réponse :

14. La figure ci-dessous montre un triangle et deux arcs de cercle.

Le triangle ABC est un triangle isocèle rectangle, avec $AB = AC = 2$. Le point P est le milieu de [BC].

L'arc BDC est une partie d'un cercle de centre A.

L'arc BEC est une partie d'un cercle de centre P.



- (a) Calculez l'aire du segment BDCP.
- (b) Calculez l'aire de la région hachurée BECD.

Résolution :

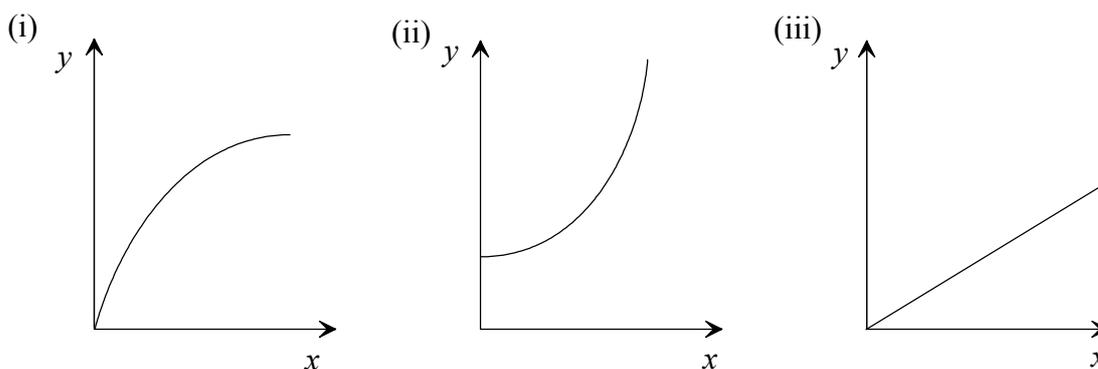
Réponses :

- (a) _____
- (b) _____

15. Considérez les relations suivantes entre les deux variables x et y .

- A. $y = \sin x$
- B. y est directement proportionnel à x
- C. $y = 1 + \tan x$
- D. la vitesse y est une fonction du temps x , l'accélération est constante
- E. $y = 2^x$
- F. la distance y est une fonction du temps x , la vitesse est décroissante

Chacun des croquis ci-dessous pourrait représenter **exactement** deux des relations ci-dessus sur un certain intervalle.



Complétez le tableau suivant, en écrivant les lettres de **deux** relations que chacun des croquis pourrait représenter.

croquis	lettres de la relation	
(i)		
(ii)		
(iii)		